

Übungen zum Wachstumsfaktor, zur Wachstumsrate und Zinseszins

1) Berechne die Bevölkerungszahlen für das Jahr 2005 (Stand 2004).

Land	Bevölkerung in Mio.	Wachstumsrate in %
Elfenbeinküste	17,327	2,11
USA	293,027	0,92
Japan	127,333	0,08
Deutschland	82,425	0,02

2) Im Jahr 1999 wurden in Italien 2,099 Mio. Internet-Benutzer gezählt. Im darauf folgenden Jahr wurde diese Zahl mit 3,605 Mio. angegeben. Berechne den Wachstumsfaktor und gib die Wachstumsrate an.

3) Nachdem eine Firma einen großen Teil ihres Schriftverkehrs durch E-Mails erledigte, sank der Postversand von 12500 Stück auf 9800 Stück.

- Bestimme den Wachstumsfaktor q .
- Um wie viel Prozent sank der durch die Post verschickte Briefverkehr?

4) Berechne für die in der Tabelle genannten Länder den Zuwachs der Internet-Benutzer in Prozent. Gib auf eine Nachkommastelle gerundet an.

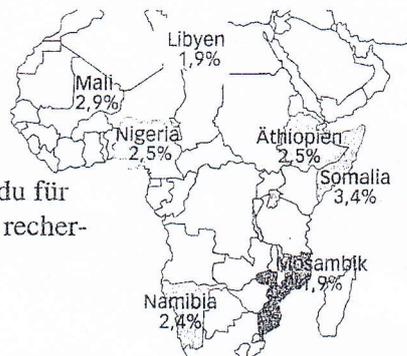
Land	im Jahr	im Folgejahr
Japan	13,372 Mio.	18,295 Mio.
Deutschland	9,639 Mio.	12,263 Mio.
China	2,108 Mio.	8,900 Mio.

5) In asiatischen und afrikanischen Ländern ist die Bevölkerungszunahme größer als in westlichen Industrieländern.



In Bangladesh betrug 2004 die Wachstumsrate 2,08% bei einer Bevölkerung von 141 Millionen. Berechne nach diesen Vorgaben die voraussichtliche Bevölkerungszahl Bangladeshs für das Jahr 2015.

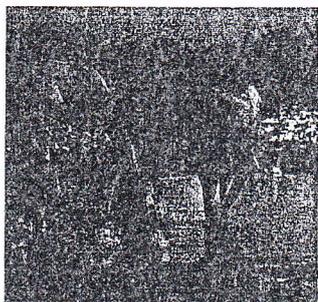
6) Berechne die für das Jahr 2004 erwarteten Bevölkerungszahlen und vergleiche sie mit den Daten, die du für dieses Jahr recherchiert hast.



Land	Bevölkerungszahl in Tausend (Stand 1999)
Libyen	5471
Somalia	9672
Namibia	1695
Mosambik	19286
Äthiopien	61095
Nigeria	108945
Mali	10960

7) Seit 1980 ging die Zahl der in Afrika lebenden Elefanten besonders durch Wilderer, jährlich etwa um 6,8% zurück. Man schätzte, dass 1980 noch 1,2 Mio. Elefanten in Afrika lebten.

- Wie viele Elefanten würden bei gleich bleibender Rate im Jahr 2010 noch leben?
- Würden nach 100 Jahren noch mehr als 5000 Elefanten leben?



8) Bestimme zuerst den Wachstumsfaktor q , dann das Endkapital K_n nach n Jahren.

	a)	b)	c)	d)
Anfangskapital K	2500 €	5000 €	5000 €	3500 €
Zinssatz $p\%$	3%	6%	6%	5½%
Anzahl Jahre n	8	4	8	7

9) Frau Sauer hat 10 000 €. Sie möchte das Geld mit Zins und Zinseszins sparen. Drei Angebote von Sparkassen und Banken hat Frau Sauer.

- Berechne das Endkapital bei den drei Angeboten nach 5 Jahren.
- Wie groß sind die Unterschiede der Endkapitalwerte K_5 zwischen A und B bzw. zwischen B und C?
- Der Zinssatz bei Angebot B ist der Mittelwert der Zinssätze bei A und C. Trifft das auch für den Endkapitalwert zu?

A-Bank
5,3%

B-Kasse
5½%

C-Bank
5,7%

Lösungen Wachstumsfaktor, Wachstumsrate, Zinseszins

1) geg: Bev. in Mio = 17,327 ges: Bev nach einem Jahr
 P% = 2,11%

$$\text{Bev}_{2005} = \text{Bev}_{2004} \cdot q \quad q = \frac{100 + 2,11}{100} = \frac{102,11}{100} = 1,0211$$

$$\text{Bev}_{2005} = 17,327 \cdot 1,0211$$

$$\text{Bev}_{2005} = \underline{17,6925997 \text{ Mio}} \quad (\text{Elfenbeinküste})$$

$$\text{Bev}_{2005} = \text{Bev}_{2004} \cdot q \quad p = 0,92\% \quad q = \frac{100 + 0,92}{100} = 1,0092$$

$$\text{Bev}_{2005} = 293,027 \cdot 1,0092$$

$$\text{Bev}_{2005} = \underline{295,7228484 \text{ Mio}} \quad (\text{USA})$$

$$\text{Bev}_{2005} = \text{Bev}_{2004} \cdot q \quad p = 0,08 \quad q = \frac{100 + 0,08}{100} = 1,0008$$

$$\text{Bev}_{2005} = 127,333 \cdot 1,0008$$

$$\text{Bev}_{2005} = \underline{127,4348664 \text{ Mio}} \quad (\text{Japan})$$

$$\text{Bev}_{2005} = \text{Bev}_{2004} \cdot q \quad p = 0,02 \quad q = \frac{100 + 0,02}{100} = 1,0002$$

$$\text{Bev}_{2005} = 82,425 \cdot 1,0002$$

$$\text{Bev}_{2005} = \underline{82,441485 \text{ Mio}} \quad (\text{Deutschland})$$

2) geg: $w_{99} = 2,099 \text{ Mio}$ ges: q, p

$$w_{00} = 3,605 \text{ Mio}$$

$$w_{00} = w_{99} \cdot q \quad | : w_{99}$$

$$\frac{w_{00}}{w_{99}} = q$$

$$\frac{3,605}{2,099} = q \quad q = 1,717484516$$

$$p = \frac{q \cdot 100 - 100}{74} = 71,74\%$$

Wachstumsrate:
~~71,74%~~
 71,74%

3) geg: $w_1 = 12500$ ges: q, p
 $w_2 = 9800$

$$w_2 = w_1 \cdot q \quad | : w_1$$

$$\frac{w_2}{w_1} = q$$

$$\frac{9800}{12500} = q \quad q = 0,784$$

$$p = \frac{q \cdot 100 - 100}{-} = \underline{\underline{-21,6\%}}$$

4) geg: $w_1 = 13,372 \text{ Mio}, w_2 = 18,295 \text{ Mio}$ ges: $w_1 = 9,639 \text{ Mio}$
 $w_2 = 12,263 \text{ Mio}$

ges: p

$$\frac{w_2}{w_1} = q$$

$$\frac{18,295}{13,372} = q$$

$$q = 1,368157344$$

$$p = \underline{\underline{36,81\%}}$$

ges: p

$$\frac{w_2}{w_1} = q$$

$$\frac{12,263}{9,639} = q$$

$$q = 1,272227409$$

$$p = \underline{\underline{27,27\%}}$$

geg: $w_1 = 2,108$
 $w_2 = 8,9$

ges: p

$$\frac{w_2}{w_1} = q$$

$$\frac{8,9}{2,108} = q$$

$$q = 4,22011385$$

$$p = \underline{\underline{422,2\%}} \quad \underline{\underline{322,2\%}}$$

5) ges: $p\% = 2,08\%$

$w_{04} = 141 \text{ Mio}$

$n = 11$

$\Rightarrow q = 1,0208$

$w_{15} = w_{04} \cdot q^n$

$w_{15} = 141 \cdot 1,0208^{11}$

$w_{15} = 176,8342512 \text{ Mio}$

6) $n = 5$ ges: w_{04}

$w_{99} = 5471000$

$p\% = 1,9\%$

$q = 1,019$

$w_{04} = w_{99} \cdot q^{-n}$

$w_{04} = 5471000 \cdot 1,019^{-5}$

$w_{04} = 6010,874$ (Libyen)

$w_{04} = 11.437.914$ (Somalia)

$w_{04} = 1.908.400$ (Namibia)

$w_{04} = 21.189.127$ (Mosambik)

$w_{04} = 69.123.384$ (Äthiopien)

$w_{04} = 123.261.267$ (Nigeria)

$w_{04} = 12.644.085$ (Mali)

7) a) $w_{30} = 1,2 \text{ Mio}$

$p\% = -6,8\% \Rightarrow q = 0,932$

$n = 30$

$w_{2010} = 1,2 \text{ Mio} \cdot 0,932^{30}$

$w_{2010} = 145.097$

b) $w_{2080} = ?$

$n = 100$

$w_{2080} = 1,2 \text{ Mio} \cdot 0,932^{100}$

$w_{2080} = 1048$

Nein, es sind knapp über 1000 Elefanten.

8) a) $K = 2500 \text{ €}$

$p\% = 3\% \Rightarrow q = 1,03$

$n = 8$

$K_8 = K_{00} \cdot q^n$

$K_8 = 2500 \cdot 1,03^8$

$K_8 = 3166,925203$

$K_8 = 3166,93 \text{ €}$

b) $K = 5000$

$p\% = 6\% \Rightarrow q = 1,06$

$n = 4$

$K_4 = 5000 \cdot 1,06^4$

$K_4 = 6312,3848 \text{ €}$

c) $K = 5000$

$p\% = 6\%$

$n = 8$

$K_8 = 5000 \cdot 1,06^8$

$K_8 = 7969,240373 \text{ €}$

d) $K = 3500$

$p\% = 5,5\%$

$n = 7$

$K_7 = 3500 \cdot 1,055^7$

$K_7 = 5091,377064 \text{ €}$

9) $K_0 = 1000$

$n = 5$

a) A $p = 5,3\% \Rightarrow q = 1,053$

B $p = 5,5\% \Rightarrow q = 1,055$

C $p = 5,7\% \Rightarrow q = 1,057$

$K_{5A} = 1000 \cdot 1,053^5 = 1294,62 \text{ €}$

$K_{5B} = 1000 \cdot 1,055^5 = 1306,96 \text{ €}$

$K_{5C} = 1000 \cdot 1,057^5 = 1319,4 \text{ €}$

b) Unterschied A \rightarrow B $12,34 \text{ €}$

B \rightarrow C $12,44 \text{ €}$

c) Nein, da der Mittelwert $1307,01$ beträgt.